

# Những con số bí mật: 1089, 6174, 495, và 9?

Bài giải trí toán học (đồ vui để chọc): John HT Lương & Tôn Thất Di

## Bí ẩn của số 1089

Đầu tiên, chọn một con số có ba số bất kỳ (random), trong đó số đầu tiên và số cuối cùng khác nhau từ 1 hoặc nhiều hơn và đảo ngược số để tạo ra một số mới.

- 1) Sau đó trừ số lớn hơn trừ số nhỏ hơn để tạo ra một số mới khác.
- 2) Nếu bạn đảo ngược số mới này và cộng cả hai số, kết quả sẽ luôn là **1089**.

Thí dụ: nếu chúng ta bắt đầu bằng 304, đảo ngược chúng ta nhận được 403 và lấy số lớn hơn trừ số nhỏ hơn:

$$1) 403 - 304 = 099$$

Nếu chúng ta đảo ngược số này và sau đó cộng hai số lại, chúng ta sẽ có:

$$2) 990 + 099 = 1089$$

**Và nó sẽ luôn được như vậy: 1089, bất kể bạn bắt đầu bằng con số có ba số nào.**

Đối với các nhà toán học tất nhiên không có gì bí ẩn và một lời giải thích được đưa ra dưới đây.

Giả sử số ban đầu lớn hơn và có các chữ số a, b và c. Vì vậy, khi chúng ta đảo ngược và trừ chúng ta sẽ có

$$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$$

Điều này giống như

$$(100a + 10b + c) - (100c - 10b - a) = (99a - 99c) = 99(a - c)$$

Vì a và c là các số nguyên (whole number) nên khi kết thúc phần đầu tiên của quy trình, chúng ta sẽ luôn có bội số của 99 (multiple of 99).

Các bội số (multiples) của 99 có ba số là: **198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891**.

Bây giờ, lưu ý rằng số đầu tiên và số cuối cùng của mỗi số cộng lại bằng **9**.

Vì vậy, khi đảo ngược bất kỳ số nào trong số này và cộng chúng lại với nhau, chúng ta có  $9 \times 100$  từ chữ số đầu tiên, và  $2 \times 90$  từ số thứ hai và  $9 \times 1$  từ số thứ ba, chúng ta nhận được:  $900 + 180 + 9 = 1089$ .

**Không có gì bí ẩn cả! Nhưng  $1+0+8+9 = 18$  và  $1+8 = 9$ .**

## Những con số bí mật của ông Kaprekar



D. R. Kaprekar (1905-1986)

Ông D. R. Kaprekar (1905-1986, Devlali, Ấn Độ) là một người tự học về toán đã kiểm ra một phương thức toán học được gọi là “công thức Kaprekar” năm 1949. Ông Kaprekar sinh ra tại Dahanu, một thành phố vào phía Đông vùng bờ biển của Ấn Độ, cách thành phố Mumbai vào khoảng 100 Km phía Bắc. Từ thuở nhỏ sự tò mò về các con số đã theo đuổi suốt cuộc đời của ông. Ông đã là một giáo sư giỏi, dùng sự yêu thích các con số để khuyến khích học trò, và ông thường được mời đến các đại học diễn thuyết các phương cách toán học rất đặc biệt của ông.

Ông Kaprekar nhận ra rằng ông rất thích các phương trình số học và ông thường hay nói về chính mình: “Một người nghiện rượu luôn luôn muốn uống rượu để đạt được sự khoái lạc. Tôi cũng vậy, các con số luôn luôn đem đến cho tôi sự khoái lạc tuyệt vời.”

Hãy bắt đầu với một con số và thế nào độc giả cũng tìm đến được với một số bí ẩn: với 4 số bạn sẽ thấy **6174**, với 3 số bạn sẽ thấy **495** và với 2 số bạn sẽ thấy **9**. Cách chơi rất đơn giản với 4 con số:

1. Chọn bất cứ 4 số nào, nhưng 4 số không được hoàn toàn giống nhau (thí dụ: 1111, 2222, 9999, ... là không được) và tối thiểu 1 số phải khác với 3 số còn lại (thí dụ: 2000 được chấp nhận).
2. Thay đổi thứ tự của 4 con số để có được 4 số lớn nhất và 4 số nhỏ nhất
3. Lấy số lớn nhất trừ số nhỏ nhất để có một số mới
4. Với số mới này, tiếp tục làm như thủ tục thứ 2 rồi thứ 3.

## Chúng ta hãy thử với 4 con số

Cách thử rất giản dị. Chắc là độc giả còn nhớ năm 2000 mọi người đều lo ngại các máy vi tính (computer) sẽ bị xáo trộn khi chúng ta dùng 99 cho năm 1999, vậy năm 00 thay cho năm 2000 sẽ như thế nào?

Hãy chọn 4 con số: 2, 0, 0, 0 và xem như thế nào?

Số lớn nhất: 2000, số nhỏ nhất: 0002

$$2000 - 0002 = 1998$$

Số lớn nhất: 9981, số nhỏ nhất: 1899

$$9981 - 1899 = 8082$$

Số lớn nhất: 8820, số nhỏ nhất: 0288

$$8820 - 0288 = 8532$$

Số lớn nhất: 8532, số nhỏ nhất: 2358

$$8532 - 2358 = \mathbf{6174}$$

Dù đã tìm được 6174 nhưng hãy tiếp tục:

Số lớn nhất: 7641, số nhỏ nhất: 1467

$$7641 - 1467 = \mathbf{6174} \rightarrow \text{Khi đến số 6174 thì không còn làm thêm được.}$$

Nếu độc giả chưa tin, hãy thử với 4 số mà tất cả chúng ta đều biết và nhớ đến: 1, 9, 7, 5 (năm 1975)

$$9751 - 1579 = 8172$$

$$8721 - 1278 = 7443$$

$$7443 - 3447 = 3996$$

$$9963 - 3699 = 6264$$

$$6642 - 2466 = 4176$$

$$7641 - 1467 = \mathbf{6174} \text{ (voilà: 6174)}$$

Như vậy chứng tỏ rằng khi làm đến số 6174 thì bài toán sẽ không có gì thay đổi.

Ông Kaprekar nhận thấy rằng kết quả thật là bất ngờ.

**Chúng ta gọi 6174 là hằng số cho 4 con số (constant/kernel number) của Ông Kaprekar.**

## Làm bao nhiêu lần thì sẽ tìm thấy được số Kaprekar 6174?

Các con số với 4 số (không được giống nhau) đều khác nhau trong việc tìm đến số 6174 theo như phương thức của ông Kaprekar, nhưng đa số đều đạt đến kết quả trong vòng 7 lần làm toán. Nếu độc giả không tìm được kết quả 6174 có lẽ rằng quý vị đã làm sai, xin vui lòng làm lại.

## Vậy với 3 con số thì sao?

Phương thức của 3 số cũng giống như với 4 số phần trên, nhưng kết quả là 3 số: **495**.

Thí dụ, hãy chọn 3 số: 5, 7, 3

Số lớn nhất: 753, số nhỏ nhất: 357

$$753 - 357 = 396$$

Số lớn nhất: 963, số nhỏ nhất: 369

$$963 - 369 = 594$$

Số lớn nhất: 954, số nhỏ nhất: 459

$$954 - 459 = \mathbf{495}$$

Dù đã tìm được 495 nhưng hãy tiếp tục:

Số lớn nhất: 954, số nhỏ nhất: 459

$$954 - 459 = \mathbf{495}$$

Hãy thử xem với 975? (củanăm 1975)

$$975 - 579 = 396$$

$$963 - 369 = 594$$

$$954 - 459 = \mathbf{495} \text{ (voilà: 495)}$$

Hay là với 197?

$$971 - 179 = 792$$

$$972 - 279 = 693$$

$$963 - 369 = 594$$

$$954 - 459 = \mathbf{495} \text{ (voilà: 495)}$$

Như vậy số **495** là hằng số cho 3 con số (constant/kernel number) của Ông Kaprekar

## Với 2 con số thì sao?

Chúng ta đã thấy với 4 số, và 3 số tất cả đều tìm ra được hằng số Kaprekar. Nhưng với 2 con số thì kết quả là số 9. Hãy thử xem:

Chọn 2 và 8:

Số lớn nhất: 82, số nhỏ nhất: 28

$$82 - 28 = 54$$

Số lớn nhất: 54, số nhỏ nhất: 45

$$54 - 45 = 9$$

Thí dụ khác với số 0 và 9:

$$90 - 09 = 81$$

$$81 - 18 = 63$$

$$63 - 36 = 27$$

$$72 - 27 = 45$$

$$54 - 45 = 9$$

Nhìn thoáng qua cứ tưởng rằng 9 là hằng số Kaprekar nhưng trên thực tế, 9 chỉ là một con số hay thấy cho 2 số. Chúng ta sẽ thấy chu kỳ của các số  $9 \rightarrow 81 \rightarrow 63 \rightarrow 27 \rightarrow 45 \rightarrow 9$ .

Không có hằng số Kaprekar cho 2 số

Một điều lạ đối với các số 6174, số 495 và số 9, nếu chúng ta cộng các con số với nhau rồi  $+ 1 = 9$ ?

$$6174 : 6 + 1 + 7 + 4 = 18, \quad 1 + 8 = 9$$

$$495 : 4 + 9 + 5 = 18, \quad 1 + 8 = 9$$

## Đây là vài con số Kaprekar từ 2 số đến 10 số:

Tính toán với nhiều hơn 5 con số (Digits > 5) có thể tìm thấy trên 10 hằng số Kaprekar, nên dùng máy tính. (<https://www.dcode.fr/kaprekar-algorithm>)

Digits	Hằng số Kaprekar
3	495
4	6174
5	53955, 59994 or 62964, 71973, 83952, 74943 or 61974, 82962, 75933, 63954
6	420876, 851742, 750843, 840852, 860832, 862632, 642654 or 631764 or 549945
7	7509843, 9529641, 8719722, 8649432, 7519743, 8429652, 7619733, 8439552
8	43208766, 85317642, 75308643, 84308652, 86308632, 86326632, 64326654 or 64308654, 83208762, 86526432 or 97508421 or 63317664

Nếu đọc giả cộng lại từng con số Kaprekar như đã thấy phần trên, kết quả luôn luôn là số 9.

Thí dụ:

$$63317664 : 6 + 3 + 3 + 1 + 7 + 6 + 6 + 4 = 36, \quad 3 + 6 = 9$$

$$8439552 : 8 + 4 + 3 + 9 + 5 + 5 + 2 = 36, \quad 3 + 6 = 9 \quad (\text{thật vậy sao?})$$

$$9 \times 9 = 9^2 = 81 \ \& \ 8 + 1 = 9 \quad (\text{từ 9 lại trở về 9, thật là vợ va vợ vẫn?})$$

## Ý nghĩa đặc biệt của số 9 đối với người Trung Hoa

Số 9 được đọc là “jiu” trong tiếng Trung Hoa, đồng thời cũng có nghĩa là “muôn đời”. Vì là số cao nhất, lớn nhất từ 1 đến 9 nên thường được xem như tượng trưng của hạnh phúc muôn đời, thọ muôn đời, và may mắn.

-Chín tháng cưu mang con trong bụng mẹ

-Các cấp bậc quan lại trong triều đình ngày xưa: Cửu phẩm

-9 Tầng Địa ngục trong Thần Khúc của Đan Tê (Dante):

(<https://khoaahoc.tv/9-tang-dia-nguc-trong-than-khuc-cua-dan-te-60669>)

Tầng Đầu Tiên – U minh; Tầng Thứ Hai – Nhục Dục; Tầng Thứ Ba – Phàm ăn Tục uống  
Tầng Thứ Tư – Tham lam; Tầng Thứ Năm – Giận dữ; Tầng Thứ Sáu – Dị giáo  
Tầng Thứ Bảy – Bạo lực; Tầng Thứ Tám – Gian trá; Tầng Thứ Chín – Phản bội

Độc giả có thể tìm xem có bao nhiêu Tầng?

Còn số 10 thì như thế nào?

Số 10 thường được dùng cho thượng đế (Gods). Để kính trọng “Trời” (Heavens), Tử Cấm Thành (Forbidden City) tại Bắc Kinh (Beijing) thường được xem là có 9999.5 phòng, không đủ 10000 phòng. Người xưa nói rằng: “Nhân vô thập toàn”



Tử Cấm Thành/Bắc Kinh – Forbidden City/Beijing (source: Google earth)

## Thay lời kết luận

“bốn chín chưa qua, năm ba đã đến”

Tai họa đến dồn dập, theo kinh nghiệm dân gian thì ở tuổi 49 và 53 là những năm người ta gặp nhiều tai họa, ốm đau, chết chóc. Thân phụ của 1 người viết bài này lúc 53 tuổi đã bị mất tích Tết Mậu Thân 1968 trong lúc về Huế thăm cha mẹ.

Trong tiếng Anh, con số “kernel hay constant” có nghĩa là số cuối cùng, không thay đổi được

Hãy nhìn xem hàng số Kaprekar**6174**:  $6 + 1 = 7$ ;  $7 \times 7 = 49$ ;  $49 + 4 = 53$

Có phải là sự ngẫu nhiên hay không?

**Chỉ có Ông Trời mới biết được – Only God KnowsWhy**