

Bạn có biết gì về dãy số Fibonacci?

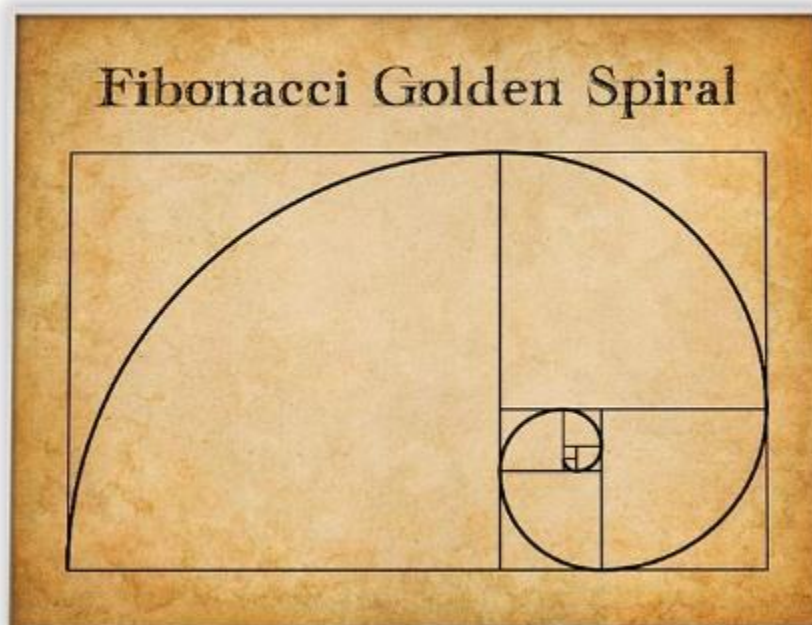
Chuyện vui khoa học: John HT Lương & Tôn Thất Di

Dãy số Fibonacci là một mẫu số trong đó số tiếp theo trong một chuỗi tuần hoàn được tạo ra bằng cách cộng hai số trước đó lại với nhau:

$$0, 1, 1 (1+0), 2 (1+1), 3 (2+1), 5 (2+3), 8 (3+5), 13 (5+8), 21 (8+13), 34 (13+21), \dots$$

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$$

Các số Fibonacci cũng được sử dụng trong khoa học máy tính và tài chính để xác định khoảng thời gian khi giá của một tài sản sẽ ngừng tăng và bắt đầu giảm giá trị. Nó có thể được sử dụng để mô tả nhiều hiện tượng đáng kinh ngạc, trong toán học và khoa học, nghệ thuật và tự nhiên. Các số Fibonacci - được ẩn giấu trong “sự ngẫu nhiên” của thế giới tự nhiên. Ở động vật, dãy Fibonacci được quan sát thấy ở ốc sên và trong vỏ có ngăn của ốc hoặc ở sao biển có năm cánh. Con người có năm chữ số Fibonacci vì trên mỗi bàn tay có 4 số: 1, 2, 3, 5, và với 2 bàn tay: tổng cộng có 8 ngón tay và 2 ngón tay cái - 1, 2, 3, 5, 8: tất cả các số xuất hiện trong dãy số Fibonacci. Các thiên hà như Dải Ngân hà có các nhánh xoắn ốc tuân theo mô hình Fibonacci, cũng như các cơn bão. Hình dạng của chúng rất giống với hình dạng của hoa anh vũ, được minh họa trong một hình gọi là Hình chữ nhật Vàng, được hình thành bởi sự xếp chồng theo tỷ lệ của tám số đầu tiên theo sau số 0 trong dãy. Bạn có biết Fibonacci có thể được sử dụng trong cờ bạc Roulette. Tính phổ biến và chức năng đáng kinh ngạc của nó trong tự nhiên cho thấy tầm quan trọng của nó như là một đặc tính cơ bản của vũ trụ.



Hoa Anh Vũ – hình chữ nhật vàng (source: internet)

Giới thiệu

Fibonacci tên là Leonardo Fibonacci (*LF*), đã trở nên nổi tiếng với dãy số Fibonacci. Có nhiều ứng dụng đa dạng của dãy số Fibonacci, thậm chí những người chơi sòng bạc bắt đầu áp dụng như một chiến lược trò chơi Fibonacci. *LF* sinh khoảng năm 1170 tại Pisa (*Italy*, Nước Ý). Khi cùng cha đi du lịch quanh bờ biển Địa Trung Hải (*Mediterranean coast*), *LF* đã tìm hiểu về hệ thống tính toán thường được sử dụng của các thương gia. *LF*

ấy nhận ra rằng hệ thống này rất có lợi vì nó dựa trên việc sử dụng hệ thống giá trị theo vị trí và ngay sau đó quyết định viết một cuốn sách về nó có tên là Sách tính toán “*The Book of Calculation*” hoặc Liber Abaci [1].

Fibonacci coi dãy số là câu trả lời cho câu hỏi sau:

"Có bao nhiêu cặp thỏ sẽ được sinh ra trong một năm, bắt đầu bằng một cặp duy nhất, nếu mỗi tháng mỗi cặp sinh ra một cặp mới và bắt đầu sinh sản từ tháng thứ hai?"

Kết quả có thể được biểu thị bằng số như 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Dãy (*sequence*) Fibonacci là một tập hợp các số nguyên (*integers*), các số Fibonacci bắt đầu bằng số 0, theo sau là số 1, sau đó là số khác. Dãy tuân theo quy tắc mỗi số bằng tổng hai số liền trước.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 ...
 $0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, \dots$

Một số dãy Fibonacci bắt đầu bằng một thay vì số không, nhưng điều này khá hiếm gặp.

Tính dãy Fibonacci

Dãy Fibonacci có thể được tính bằng toán học. Theo cách tiếp cận này, mỗi số trong dãy được coi là một số hạng, được biểu thị bằng biểu thức F_n . “ n ”= vị trí của số trong chuỗi, bắt đầu bằng số không.

Ví dụ: thứ sáu = F_5 và thứ bảy = F_6 .

Sử dụng cách đánh số này, dãy Fibonacci có thể được xác định theo ba phương trình sau:

$F_0 = 0$ (chỉ áp dụng cho số nguyên đầu tiên) (1)

$F_1 = 1$ (chỉ áp dụng cho số nguyên thứ hai) (2)

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ (áp dụng cho mọi số nguyên khác) (3)

Hai phương trình đầu tiên về cơ bản nói rằng số hạng ở vị trí đầu tiên bằng 0 và số hạng ở vị trí thứ hai bằng 1. Phương trình thứ ba là một công thức đệ quy, có nghĩa là mỗi số của dãy được xác định bằng cách sử dụng các số trước đó.

Ví dụ: để xác định số thứ năm (F_4), F_2 và F_3 phải được xác định. Đòi lại, hai số này cần các số trước chúng đã được xác định. Các con số liên tục xây dựng lẫn nhau trong suốt chuỗi. Trong kỳ nghỉ lễ và nếu bạn không có gì để làm ngoài ăn và uống, bạn có thể thử công thức cho chính mình, sử dụng bảng để tìm các số thứ tự Fibonacci.

Ví dụ: phép tính sau tìm số Fibonacci cho số hạng ở vị trí thứ mười (F_9):

$$F_9 = F_{(9-1)} + F_{(9-2)} = F_8 + F_7 = 21 + 13 = 34$$

Thách thức với một công thức này là nó luôn dựa vào việc biết các số Fibonacci trước đó để tính một số tiếp trong chuỗi. Ví dụ: bạn không thể tính số thứ 9 mà không biết số thứ 7 và thứ 8. Vì vậy, nếu phải tìm số hạng thứ 100, bạn sẽ mất nhiều thời gian.

Tất nhiên, “*Nhân ngoại hữu nhân*”, có rất nhiều nhà toán học thông minh, và bạn có thể sử dụng công thức Binet để tìm dãy số Fibonacci:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

F100 = 354224848179261915075

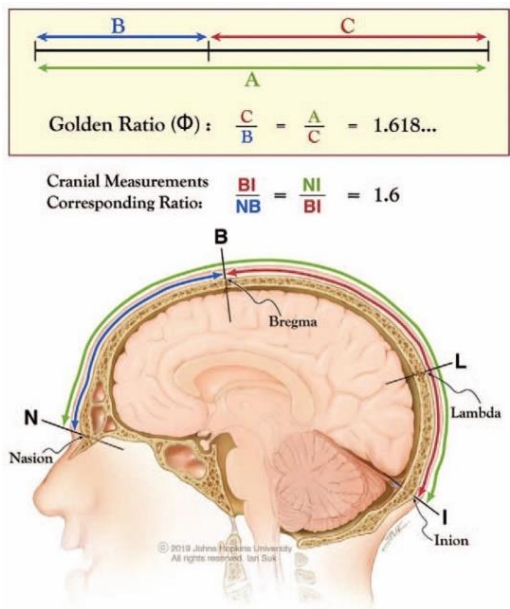
Nếu bạn muốn biết công thức này có thực sự chính xác hay không, vui lòng theo liên kết này [2]. Máy tính Fibonacci rất nhanh (Omni Calculator) có sẵn tại <https://www.omnicalculator.com/math/fibonacci>, bạn chỉ cần nhập số "n".

Việc tính toán có thể khó khăn trừ khi bạn có một số chương trình phần mềm toán học (mathematical software). Quên toán học đi vì những con số cao này không có ý nghĩa vật lý đối với bất kỳ ai. Hãy tìm một số ứng dụng thú vị cho dãy số kỳ diệu này bởi vì dãy số này không quá quan trọng. Phần cơ bản là khi các số lớn hơn, thương giữa mỗi cặp số Fibonacci liên tiếp xấp xỉ 1.618 (8/5 = 1.6; 13/8 = 1.625; 21/13 = 1.615; 34/21 = 1.619, ...

Điều này tỷ lệ được gọi bằng nhiều tên: **tỷ lệ vàng** (*golden ratio*), trung bình vàng, ϕ , và tỷ lệ thần thánh, trong số những tên khác. Số ϕ (**phi**) = **1.61803...** $(1 + \sqrt{5})/2$ hoặc **1/φ = 0.618** được biết đến nhiều hơn với cái tên tỷ lệ vàng và thường xuất hiện trong nghệ thuật, kiến trúc và khoa học tự nhiên.

Tỷ lệ vàng được quan sát thấy trong sọ (skull) người

Trong một nghiên cứu tìm hiểu xem hình dạng sọ người có tuân theo Tỷ lệ vàng hay không (1.618 ...), các nhà nghiên cứu của Johns Hopkins đã so sánh 100 sọ người với 70 sọ của sáu loài động vật khác và phát hiện ra rằng kích thước sọ của con người tuân theo Tỷ lệ vàng (Hình 1). Tuy nhiên, sọ của các loài ít liên quan hơn như chó, hai loại khỉ, thỏ, sư tử và hổ lại khác với tỷ lệ này. Rafael Tamargo, M.D., giáo sư giải phẫu thần kinh tại Trường Y Đại học Johns Hopkins, cho biết: “Các loài động vật có vú khác mà chúng tôi đã khảo sát thực sự có các tỷ lệ duy nhất tiệm cận với Tỷ lệ Vàng với sự tinh vi của loài ngày càng tăng. “Chúng tôi tin rằng phát hiện này có thể có ý nghĩa nhân chủng học và tiến hóa quan trọng.”



Hình 1. Trong một tình huống tương tự ở sọ người, sự phân chia cung nasioinac (từ nasion đến inion, NI) bởi bregma thành một cung phía trước ngắn hơn (từ nasion đến bregma, NB) và cung chằm dài hơn (từ bregma đến inion BI), tạo ra một mối quan hệ hình học trong đó tỷ lệ của cung nasioinac trên cung bregma-inion (NI/BI) trùng với tỷ lệ của cung bregma-inion trên cung nasion-bregma (BI/NB), cả hai đều là 1.6.

Việc chia nhỏ cung nasioinac bằng bregma thành 2 cung không bằng nhau mô phỏng sự phân chia hình học của một đường theo Tỷ lệ vàng[3].

(Source: Mammalian Skull Dimensions and the Golden Ratio (Φ). Tamargo, Rafael J.; Pindrik, Jonathan A. Journal of Craniofacial Surgery 30(6):p 1750-1755, September 2019.)

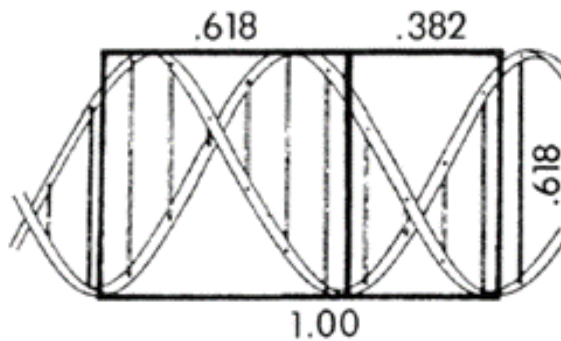
Dãy Fibonacci Chuyển đổi Kilômét (Km) thành Dặm (Miles)

1 dặm (mile) bằng khoảng 1,609 km nên tỷ lệ này rất gần với Tỷ lệ vàng.

Phân tử DNA, chương trình cho mọi sự sống, dựa trên phân vàng

Có hai điểm thú vị với DNA:

- (i) DNA đo được 34 angstrom dài x 21 angstrom rộng cho mỗi chu kỳ đầy đủ của đường xoắn ốc xoắn kép của nó. Tất nhiên, hãy nhớ rằng 34 và 21 là các số trong dãy Fibonacci và tỷ lệ của chúng, 1.6190476 gần đúng với ϕ , 1.6180339 (Hình 2)
- (ii) B-DNA có các vòng xoắn theo tỷ lệ ϕ . DNA trong tế bào xuất hiện dưới dạng chuỗi xoắn kép được gọi là B-DNA. Dạng DNA này có hai rãnh trong hình xoắn ốc của nó, với tỷ lệ ϕ trong tỷ lệ giữa rãnh chính và rãnh phụ, hoặc khoảng 21 angstrom trên 13 angstrom (Hình 2).



Hình 2. DNA thực sự trông như thế nào - Kích thước như thế nào

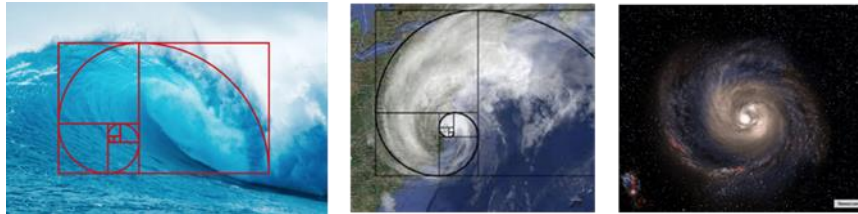
Đường cong Fibonacci

-Hãy vẽ một đường cong Fibonacci từ một vài “ô vuông” từ dãy Fibonacci và ngắm nhìn nụ cười xinh đẹp kinh điển này của nàng Mona Lisa (bên trái). Nhìn vào một số đường cong Fibonacci trong kiến trúc và động vật biển (bên phải) (Xem Hình 3).



Hình 3: Đường cong Fibonacci: Mona Lisa, trong kiến trúc và động vật biển.

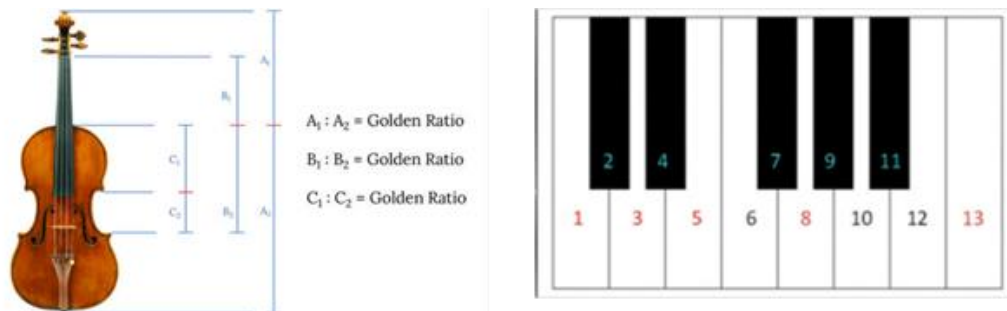
Có sự tương đồng nào giữa đường cong Fibonacci với hình dạng sóng và sóng bão không? Hãy nhìn vào bức tranh tiếp theo. Một ví dụ khác là hình dạng của các Thiên hà Xoắn ốc (Spiral Galaxies) trong đó đường cong của Fibonacci là rõ ràng (Hình 4).



Hình 4: Đường cong Fibonacci: dạng sóng, sóng bão, và các Thiên hà (Spiral Galaxies)

Dãy Fibonacci trong âm nhạc

Thiết kế của một số nhạc cụ phổ biến (violin và piano) được dựa trên tỷ lệ vàng? Xem Hình 5. Một vài số Fibonacci đầu tiên dường như được thể hiện bằng sự sắp xếp của mười ba phím dọc theo bàn phím thành nhóm hai và ba phím đen giữa tám phím trắng bao gồm một quãng tám đầy đủ.



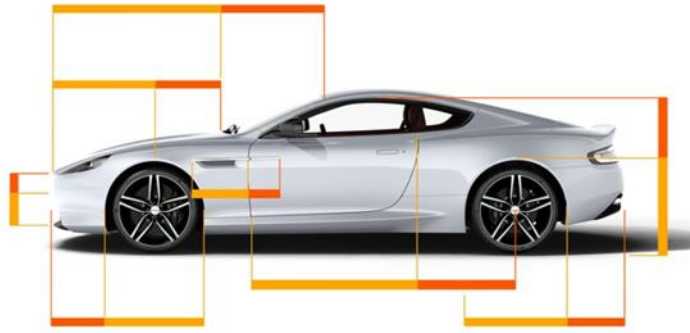
Hình 5. Kích thước điển hình của violin (bên trái) và dãy Fibonacci có thể được nhìn thấy trên bàn phím đàn piano (bên phải): 1, 3, 5, 8, 13.

Fibonacci và thiết kế ô tô

Bạn có biết rằng tỷ lệ vàng nằm ở trung tâm của mọi chiếc xe Aston Martin? Luôn luôn có một lý do cho sự sang trọng và vẻ đẹp.

James Bond, Aston Martin và tỷ lệ vàng có điểm gì chung? James Bond, còn được gọi là 007, đã lái chiếc Aston Martin DB5 trong các bộ phim GoldFinger và Golden Eye, và Aston Martin hiện đang tự hào về việc áp dụng tỷ lệ vàng trong thiết kế của những chiếc ô tô DB9 và Rapide S (Hình 6).

Aston Martin Rapide S được mô tả như sau [4]:“Tỷ lệ ngoạn mục – 'Tỷ lệ vàng' nằm ở trung tâm của mỗi chiếc Aston Martin. Cân bằng từ mọi góc độ, mỗi đường nét bên ngoài của Rapide S hoạt động đồng bộ và mọi tỷ lệ đều được đo lường chính xác để tạo nên hình dáng uyên chuyên, tinh khiết. Kỹ thuật của chúng tôi tuân theo nguyên tắc tương tự. Sự phân bổ trọng lượng gần như hoàn hảo đảm bảo Rapide S cân bằng về hình thức và cân bằng về chức năng.”



Hình 6: Martin Austin với tỷ lệ vàng Fibonacci 1.618 (source: <https://www.goldennumber.net/aston-martin-golden-ratio/>)

Fibonacci trong trò chơi Roulette (tin giả-Fake News)

Một số trang web mô tả cách chơi Roulette dựa trên dãy Fibonacci. Đầu tiên, điều quan trọng là phải hiểu lợi thế nhà cái trong roulette. Trong Roulette Châu Âu, bàn có một ô số 0 màu xanh lá cây. Nếu quả bóng rơi xuống đây, đặt cược bất kỳ (any bets) như đỏ hoặc đen sẽ thua. Đó là những gì mang lại lợi thế cho sòng bạc. Trong Roulette châu Âu, tỷ lệ lợi nhuận của nhà cái là 2.7%.

Trong American Roulette, một trò chơi có hai túi màu xanh lá cây, tỷ lệ này tăng lên 5.26%. Có tổng cộng 38 ô trên bánh xe roulette Mỹ, từ 0 đến 36, cộng với số 00 bổ sung. 18 ô trong số này có màu đỏ, 18 ô còn lại có màu đen trong khi hai ô có số 0 và 00 có màu xanh lục.

- Người chơi đặt theo số đầu tiên trong tỷ lệ Fibonacci.
- Nếu người chơi thua, anh ta đặt theo số tiếp theo trong dãy số.
- Khi anh ta thắng, anh ta di chuyển ngược hai con số.

Khi người chơi bắt đầu tỷ lệ, anh ta nên tiếp tục đặt cho phù hợp. Người chơi có thể đặt vào lẻ/chẵn, đen/đỏ hoặc cao/thấp[5] (Hình 7).



Hình 7. Fibonacci Roulette system. Nhớ không có hệ thống cờ bạc nào hoàn hảo cho người chơi cờ bạc và Fibonacci không phải là một ngoại lệ. Không có mối liên hệ nào giữa số lần đặt cược và cơ hội chiến thắng, đơn giản là nó không đúng. Đây chỉ là "**Sai lầm của người đánh bạc**".

KẾT LUẬN

Nhiều thứ trong tự nhiên có kích thước đặc biệt, ví dụ, theo một số thầy bói Việt Nam /Trung Quốc - những người đàn ông lùn và béo luôn thành công và trở thành chính trị gia quyền lực. Vài ví dụ như Henry Kissinger, Đặng Tiểu Bình (*Deng Xiao Ping*), chú Ún “Kim Jong-Un” và đừng quên tướng “râu dê” (*goatee beard*) Nguyễn Khánh của chúng ta.

Tỷ lệ vàng 1.618 từ dãy Fibonacci dường như có chức năng cơ bản đối với các viên gạch xây dựng. Trong nghệ thuật, tỷ lệ vàng này mang tính thẩm mỹ cao hơn các tỷ lệ khác. Đền Parthenon ở Athens, Đại Kim Tự Tháp (Great Pyramid) ở Giza và Mona Lisa của Da Vinci đều kết hợp các hình chữ nhật có kích thước dựa trên tỷ lệ vàng.

Tỷ lệ tương tự này có thể được nhìn thấy trong các mối quan hệ giữa các thành phần khác nhau trong tự nhiên. Tỷ lệ ong cái so với ong đực trong bất kỳ tổ ong nào là khoảng 1.618 [6]. Hoa hướng dương (*sunflowers*), có các hạt xoắn ốc đối nhau, có tỷ lệ 1.618 giữa các đường kính của mỗi vòng quay [7]. Tỷ lệ vàng thường được các nhà giao dịch và nhà phân tích kỹ thuật sử dụng để dự báo các biến động giá theo thị trường. Có lẽ, các số Fibonacci và tỷ lệ vàng có tầm quan trọng tâm lý mạnh mẽ trong loài người. Một số mẫu xe thanh lịch được thiết kế dựa trên tỷ lệ vàng và Aston Martin là một ví dụ mà chúng ta đã phần nào quen thuộc. Đây là một chiếc xe xuất sắc ngoại trừ giá cả và đây có thể là lý do tại sao không có nhiều xe Aston Martin như vậy ở Bolsa.

Tại sao không thử một số Fibonacci với Roulette tại sòng bạc?

References

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Liber_Abaci#:~:text=Liber%20Abaci%20\(also%20spelled%20as,Pisa%2C%20posthumously%20known%20as%20Fibonacci.](https://en.wikipedia.org/wiki/Liber_Abaci#:~:text=Liber%20Abaci%20(also%20spelled%20as,Pisa%2C%20posthumously%20known%20as%20Fibonacci.)
2. https://artofproblemsolve.com/wiki/index.php/Binet%27s_Formula
3. https://journals.lww.com/jcraniofacialsurgery/Fulltext/2019/09000/Mammalian_Skull_Dimensions_and_the_Golden_Ratio.34.aspx#pdf-link
4. <https://archive.nytimes.com/wheels.blogs.nytimes.com/2013/02/20/designers-of-aston-martin-rapide-s-embrace-golden-ratio/>
5. <https://www.casino.org/roulette/strategy/fibonacci/>
6. Wild Maths. "Fibonacci and Bees." <https://wild.maths.org/fibonacci-and-bees>
7. The Mysteries of the Golden Ratio Explained by Math and Sunflowers. <https://www.popularmechanics.com/science/math/a20661765/golden-ratio-explained/>